

C- ÇOK DEĞERLİ MANTIK

Klasik mantık sistemleri, sadece belirli koşullarda oluşan, kesin doğruluk değerleri ‘doğru’ ya da ‘yanlış’ olan önermelerle ilgilenirler. Belirsizlikle ilgilenmezler. İki değerlikli bu mantık anlayışı sembolik mantıkta da benimsenmiştir.

İki değerli mantık sistemleri bir önermenin **doğru** ya da **yanlış** doğruluk değerlerine sahip olduğu görüşüne dayanır. İki değerli mantıklarda bir önerme; ‘özdeşlik, çelişmezlik, üçüncü halin imkansızlığı’ mantık ilkeleri gereği, doğru ve yanlıştan başka değer alamaz.

Klasik mantık sistemleri, sadece belirli koşullarda oluşan, kesin doğruluk değerleri ‘doğru’ ya da ‘yanlış’tan birisine sahip önermelerle ilgilenirler. Belirsizlikle ilgilenmezler.

Ancak doğru ya da yanlış olduklarına karar vermenin oldukça güç, hatta olanaksız olduğu önermeler de vardır. “*Yarın kar yağacak.*” gibi *gelecek zamanlı* önermeler ile kuantum fiziğindeki elektronların hareketiyle ilgili önermelerde olduğu gibi *tahminleri dile getiren* bazı önermeler ne doğru ne de yanlış sayılabilir. Bu durumlar göz önünde tutularak doğru ya da yanlıştan başka, **belirsiz, doğruya yakın ve yanlışta yakın** gibi doğruluk değerlerini öngören mantık sistemleri kurulmuştur. Bunlar, öngördükleri doğruluk değeri sayısına göre **üç değerli mantık sistemleri, dört değerli mantık sistemleri** gibi adlar alırlar. Bunların yanında olasılık derecelerini doğruluk değeri sayan **sonsuz değerli olasılık mantığı** da kurulmuştur.

Mantıksal paradokslar ve Heisenberg’in belirsizlik ilkesi, bilimi çok değerliliğe zorladı. 1920’li, 30’lu yıllarda çok değerli mantık sistemlerinin gelişmesine yol açtı. Kuantum teorisyenleri, iki değerli mantık sistemlerinin ‘doğru’ ve ‘yanlış’tan oluşan değer kümesine, bir üçüncü veya orta doğruluk değeri ekleyerek ‘belirlenemezlik’in ifade edilebilmesine imkan sağladılar. Lukasiewicz, Gödel, ve Black, ilk çok-değerli ya da bulanık mantık ve küme sistemlerini geliştirdiler.

Önermelerin ikiden fazla değere sahip olabileceklerini kabul eden mantık sistemlerine **çok değerli mantık** denir.

a-) Üç değerli Mantık:

Burada **Jan Lukasiwicz** ve **Arend Heyting**’in geliştirdikleri üç değerli mantığın önerme eklemleriyle ilgili temel bilgilerini aktarmakla yetineceğiz.

Doğru ve yanlıştan başka *belirsiz* diye bir doğruluk değeri öngören mantık sistemine **üç değerli mantık** denir.

İki değerli mantık sisteminin değişmezleri olan \sim (değil), \wedge (ve), \vee (veya), \Rightarrow (ise), \Leftrightarrow (ancak ve ancak) gibi eklemleri ile p, q, r gibi basit önerme sembolleri üç değerli önermeler mantığında da aynen geçerlidir.

Üç değerli mantık sisteminin yorumlama çizelgeleri (doğruluk tabloları),iki değerli mantıktan farklıdır. Doğal olarak doğruluk tablolarının satır sayısında görülen bu farklılığın sebebi, kabul edilen doğruluk değeri sayısıdır. İki değerli mantıkta bir doğruluk tablosunun satır sayısı kuralını hatırlayalım: (2^n). Bu kurala göre iki değerli mantıkta *iki basit bileşenli* bir önermenin doğruluk tablosundaki satır sayısı (2^2) 4’tür. Oysa üç değerli mantık sisteminde aynı önermenin doğruluk çizelgesinin satır sayısı (3^n) $3^2= 9$ olur. (Üç bileşenli bir önermenin satır sayısı $3^3 = 27$, dört bileşenli bir önermenin satır sayısı $3^4=108$ olur.)

Üç değerli mantıkta bir önerme "doğru", "yanlış" ve "belirsiz" değerlerinden birini almaktadır.

Bu değerler şöyle gösterilir:		
DOĞRU	D	1
YANLIŞ	Y	2
BELİRSİZ	B	1/2

p	~ p
D	Y
B	B
Y	D

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	D	D	D	D
D	B	B	D	B	B
D	Y	Y	D	Y	Y
B	D	B	D	D	B
B	B	B	B	D	D
B	Y	Y	B	B	B
Y	D	Y	D	D	Y
Y	B	Y	B	D	B
Y	Y	Y	Y	D	D

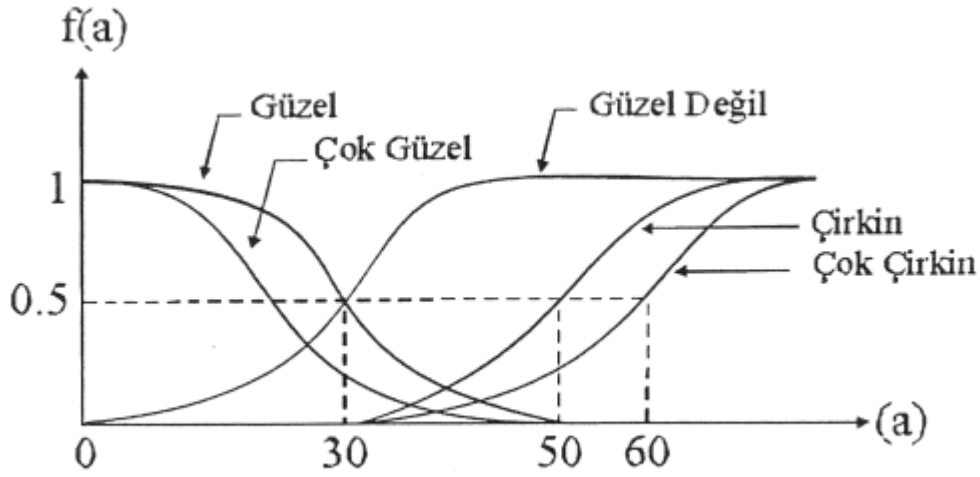
Tablolardan görüldüğü gibi üç değerli mantıkta, önermeleri oluşturan p ve q bileşenlerinden her biri için belirsizliğin olmadığı durumlarda iki değerli mantıktaki doğruluk kuralları geçerlidir. Ancak bileşenlerden en az birinin "**belirsiz**" değerini alması durumunda önermeler de bazen "**belirsiz**" değerini alır.

b-) Bulanık / Puslu / Saçaklı Mantık (Fuzzy Logic):

Daha önce Jan Lukasiewicz (1878-1956) Aristo'nun iki değerli mantığını üç değerli mantık biçiminde ifade etmiş ve çok değerlikli mantık anlayışına zemin hazırlayan bir matematiksel yaklaşım oluşturmuştu. Bulanık mantık düşüncesinin matematiksel temellerini, Azeri asıllı bilim adamı Lütfi Alesker Zade (1921-) yayınladığı bir makaleyle (Zadeh, 1965) ortaya koymuştur.

Lütfi Alesker Zade'ye göre bulanık/puslu/saçaklı mantık şu üç özelliğe sahiptir: "1) Puslu mantığın doğruluk değerleri kelimelerdir, sayılar değil. 2) Bu kelimeler, *çok doğru, oldukça doğru, çok yanlış* gibi terimler içerir. Puslu mantığın doğruluk tabloları kesinlik içermez. 3) Çıkarım kurallarının geçerliliği için kesin doğruluktan söz edilemez."

Bu tanımlarla klasik mantığın kullandığı en temel kavramların ve çok önemli bazı sonuçlarının da dışına çıkılmaktadır. Bir önermeyi 1 ve 0 (D ve Y) olarak tanımlamak yerine onu puslu/bulanık kümelerin özellikleri içinde kalarak tanımlamak, her şeyden önce "*doğru* ve *yanlış*" gibi üzerinde hep tartışılmış kavramların ve bunların mahiyetinin sorgulanmasını bir kenara bırakmak olanağı vermektedir. Çünkü "*doğru*" kavramının dil içindeki kullanımı "*bulanık*"tır, "*puslu*"dur. Dolayısıyla "*doğru*" veya "*mutlak doğru*" gibi bir kavramın yerine "*çok doğru*", "*oldukça doğru*" gibi kavramları -hem de onların mahiyetini sorgulamaya gerek duymadan- kullanmak ve buradan birçok başarılı uygulamalara ulaşmak mümkündür. Ayrıca "*çok güzel, oldukça güzel*" veya "*çok iyi, oldukça iyi*" gibi nitelermeler, sonuçta "*güzel nedir?*", "*iyi nedir?*", "*doğru nedir?*" gibi soruları da bir anlamda gereksiz hale getirmektedir. Puslu mantığın kullandığı kavram çiftleri sadece bir derecelenmeyi, sürekliliği ifade etmektedir.



ŞEKİL 3

(Şekil 3) Ş.Ural; "Puslu (Fuzzy) Mantık"(2003) adlı makalesinden alıntı

Klasik mantık ile bulanık mantık arasındaki temel farklılıklar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir:

KLASİK MANTIK	BULANIK MANTIK
A veya A Değil	A ve A Değil
Kesin	Kısmi
Hepsi veya Hiçbiri	Belirli Derecelerde
Doğru veya Yanlış	Doğru ve Yanlış Arasında Süreklilik
İkili Birimler	Bulanık Birimler

Tablo: Klasik Mantık ile Bulanık Mantık Arasındaki Temel Farklılıklar

Bulanık mantığın başlıca özellikleri aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- 1-) Çeşitli doğruluk değerlerine sahiptir (doğru, çok doğru, az doğru, çok çok doğru gibi)
- 2-) Geçerliliği kesin olmayan çıkarım kurallarına sahiptir.
- 3-) Her kavramın bir derecesi vardır.
- 4-) Her mantıksal sistem bulanıklaştırılabilir.
- 5-) Bilgi, bulanık kısıtlamalara ait değişkenlerin esnekliği veya denkliliğiyle yorumlanabilir.

Uygulama Alanları:

“Bulanık mantık kullanan sistemlerle metroların işleyişi kontrol ediliyor, televizyonların alıcıları ayarlanıyor, bilgisayar disklerinin kafaları kontrol ediliyor, kameralar görüntüye odaklanıyor, klimalar, çamaşır makineleri, elektrikli süpürgeler ayarlanıyor, buzdolaplarının buzlanması engelleniyor, asansörler ve trafik lambaları programlanıyor, otomobillerin motorları, süspansiyonları, emniyet firen sistemleri kontrol ediliyor, füzeler, çimento karıştırıcılar kontrol ediliyor, robot kolları yönlendiriliyor, karakterler, nesnel tanıyıyor, golf kulüpleri seçiliyor, hatta çiçek düzenlemesi yapılıyor.”