

DOĞRULUK TABLOSU / ÇİZELGESİ İLE DENETLEME

(p, q ...) gibi basit bir önerme doğru veya yanlış yorumlanabileceğinden, (D) veya (Y) değerine sahip olabilir. Buna karşılık herhangi bir önerme eklemiyle kurulan bileşik bir önermenin ya (D), yahut (Y), tek bir yorumu olur.

Sembolik bir önermeye, deyimine belli bir doğruluk değeri kazandıran anlam belirleme işlemine **yorumlama** denir.

Örnek:

p: sembolik ifadesi “İki(2) çift sayıdır.” diye yorumlanabileceği gibi;

p: “Bir(1) çift sayıdır.” biçiminde de yorumlanabilir. Bu durumda, ilk yorumlamada (D), ikincisinde ise (Y) değerini alır.

Bir sembolik deyim (D) değerini almasını sağlayan yorumlamaya **doğrulayıcı yorumlama**; (Y) değerini almasını sağlayan yorumlamaya da **yanlışlayıcı yorumlama** denir.

Bir sembolik deyim yorumlama biçimine göre aldığı doğruluk değeri gösteren tabloya/çizelgeye **yorumlama tablosu / çizelgesi** denir.

Yorumlama tablosu doğruluk değeri analizini gösteren doğruluk tablosundan da elde edilebilir. Doğruluk ve yorumlama tablolarından/çizelgelerinden yararlanarak **tutarlılık**, **geçerlilik** ve **eşdeğerlilik** denetlemeleri yapılabilir.

Önermelerin tutarlı, eşdeğer veya geçerli; çıkarımların ise geçerli olup olmadığını araştırma, belirleme işlemine **denetleme** denir. Sembolik mantıkta bu denetleme işlemi doğruluk tablosu/çizelgesi veya çözümleyici çizelge aracılığıyla gerçekleştirilir.

Bir Önermenin Tutarlılığı:

En az bir yorumlamasında (D) değerini alan tek önerme **tutarlıdır**. Hiçbir doğrulayıcı yorumlaması bulunmayan bir önerme ise **tutarsızdır**. Buna göre tek önermenin aldığı değerleri gösteren bir tablonun ilgili sütununda en az bir (D) değeri/yorumu varsa o önerme tutarlı olur; yalnız ve yalnız (Y) değeri varsa tutarsız olur.

Örnek:

p: p	p ∧ q	~p ∧ p
D	D	Y
Y	Y	
tutarlı	tutarlı	tutarsız

❖ p ∨ (p ⇒ q) önermesinin tutarlı olup olmadığını doğruluk tablosuyla denetleyelim:

p	q	p ⇒ q	p ∨ (p ⇒ q)
D	D	D	D
D	Y	Y	D
Y	D	D	D
Y	Y	D	D

Tutarlı

Birden Fazla Önermenin Tutarlılığı:

Birden fazla önermeyi bir arada doğru kılan/ortak doğrulayıcı bir yorumlaması varsa, bu önermeler tutarlıdır. Buna göre doğruluk çizelgesinde herhangi sayıda önermeyi, **birlikte (D) gösteren en az bir satır varsa** o önermeler **tutarlıdır**; böyle bir satır yoksa **tutarsızdır**.

Örnekler:

p,q : p q	p,r: p r	p,q,r: p q r
D Y	D Y	D D Y
Y D	D D	Y Y D
		D D D
Tutarsız	Tutarlı	Tutarlı

❖ (p ∧ q), (~p ⇒ q) önermelerinin birlikte tutarlı olup olmadığını denetleyelim:

p	q	~p	p ∧ q	~p ⇒ q
D	D	Y	D	D
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	Y

Verilen önermeler tutarlıdır.

❖ 1-) ~p ∨ q, p ∧ r, p ⇒ ~q

2-) ~p ⇒ q, p ∨ ~q, q ∧ ~p önermelerinin tutarlı olup olmadığını doğruluk tablosuyla denetleyin.

Önermelerin Geçerliliği:

Bütün yorumlamaları doğru olan, hiçbir yanlışlayıcı yorumlaması bulunmayan bir önerme **geçerlidir**. Tüm yorumları doğru olan, her durumda doğru olan önermeye **totolojik** önerme de denir.

En az bir yanlış yorumlaması olan önerme ise **geçersizdir**.

Buna göre doğruluk veya yorumlama tablosunda, denetlenen önermenin yorumlama değerlerinin gösterildiği sütunda yalnız ve yalnız (D) değerleri bulunmalıdır. Aksine en az bir (Y) yorumlama bulunuyorsa denetlenen önerme geçersiz olur.

Önermenin geçerlik denetlemesi, değillesmesi alınarak da yapılabilir. Bu durumda **değillesmesi tutarsız** olan bir önermenin **kendisi geçerlidir**.

* Birbirinden bağımsız birden fazla önermenin geçerlilik denetlemesi yapılamaz.

Örnek:

➤ (p ⇒ q) ∨ p önermesinin geçerliliğini denetleyelim:

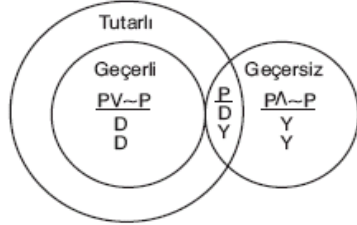
p	q	p ⇒ q	(p ⇒ q) ∨ p	~[(p ⇒ q) ∨ p]
D	D	D	D	Y
D	Y	Y	D	Y
Y	D	D	D	Y
Y	Y	D	D	Y

Denetlenen önerme geçerlidir. (Değillemesi tutarsız.)

- Önermelerin tutarlılık ve geçerliliği ile ilgili şu bağlantılara / ilkelere dikkat ediniz:
 - Her geçerli önerme tutarlıdır.
 - Tutarsız her önerme geçersizdir.
 - Geçersiz önerme tutalı olabilir; tutarlı önerme de geçersiz olabilir.

p	~p	p ∧ ~p
D	Y	Y
Y	D	Y

Tutarsız



p	~p	p ∨ ~p
D	Y	D
Y	D	D

Tutarlı
Geçerli

Önermelerin Eşdeğerliği / Denkliliği:

Aynı yorumda aynı doğruluk değerlerini alan iki önerme **eşdeğerdir** / denktir. Aynı yorumda farklı değerler alan iki önerme ise eşdeğer değildir. Buna göre doğruluk tablosunda, bütün yorumlamalarında aynı satırda aynı doğruluk değerlerini alan iki önerme eşdeğerdir.

Örnek:

p	~~p;	P ⇒ q	~q ⇒ ~p;	p ∨ ~p;	q ∨ ~q
D	D	D	D	D	D
Y	Y	Y	Y	D	D
		D	D		
		D	D		

≡

(≡) Eşdeğerlik / Denklik Sembölü
[(≠) Eşdeğer değil / Denk değil]

Herhangi iki önermenin eşdeğer olup olmadığı, önermelerin karşılıklı koşul eklemiyle birleştirilmesiyle de denetlenebilir. Bu durumda **karşılıklı koşullusu geçerli** olan veya **karşılıklı koşullusunun değillemesi tutarsız** olan iki önerme eşdeğerdir.

Örnek:

➤ (p ⇒ q), (~p ∨ q) önermeleri eşdeğer midir?

p	q	~p	p ⇒ q	(~p ∨ q)	[(p ⇒ q) ⇔ (~p ∨ q)]
D	D	Y	D	D	D
D	Y	Y	Y	Y	D
Y	D	D	D	D	D
Y	Y	D	D	D	D

Önermeler eşdeğerdir.

Belli Başlı Eşdeğerlikler: (De Morgan Kuralları)

I. Sütundaki Önerme, Karşısında Yer Alan	II. Sütundaki Önerme İle
(≡) Eşdeğerdir (Denktir)	
p	~~p
p ∧ q	q ∧ p
p ∨ q	q ∨ p
~(p ∧ q)	~p ∨ ~q
~(p ∨ q)	~p ∧ ~q
p ⇒ q	~p ∨ q
~(p ⇒ q)	p ∧ ~q
p ⇔ q	(p ∧ q) ∨ (~p ∧ ~q)
~(p ⇔ q)	(p ∧ ~q) ∨ (~p ∧ q)
p ⇒ q	~q ⇒ ~p

Çıkarımların Geçerliliği:

Bilindiği gibi çıkarım, öncüller ve sonuçtan oluşur. **Öncülleri doğru, sonucu da doğru olan çıkarım geçerlidir.** Şu halde geçerli bir çıkarımın öncülleri doğruysa, sonucu yanlış olmamalıdır. Doğruluk tablosu ile çıkarımların geçerliliği denetlenirken, **çıkartımın öncülleri ve sonucunu bir arada tutarlı gösteren bir satırın varlığına bakılır.** Böyle bir satır varsa çıkarım geçerlidir; yoksa geçersizdir.

Çıkarımların denetlenmesinde iki yöntem/yol vardır:

I.YOL:

Çıkarımın öncülleri tümel evetleme (∧) eklemiyle birleştirilerek tümel evetleme önermesine dönüştürülür. Bu tümel evetleme önermesi koşul (⇒) eklemiyle sonuç önermesine bağlanır. Elde edilen bu koşul önermesi geçerli ise, yani doğruluk tablosunda tüm yorumlamaları doğru ise çıkarım geçerlidir; en az bir yanlış yorumlama varsa çıkarım geçersizdir.

Örnek:

(p ⇒ q) (I.Öncül)	Bu çıkarımın geçerli olup olmadığını bu yolla denetleyelim:
p (II.Öncül)	
∴ q (Sonuç)	

$$[(p ⇒ q) ∧ p] ⇒ q$$

p	q	p ⇒ q	(p ⇒ q) ∧ p	[(p ⇒ q) ∧ p] ⇒ q
D	D	D	D	D
D	Y	Y	Y	D
Y	D	D	Y	D
Y	Y	D	Y	D

Çıkarım geçerlidir.

II. YOL:

Bu yolla denetlemede sonuç önermesi değillenir, öncüllerle birlikte değillenmiş sonucun doğruluk tablosunda tutarlılık olup olmadığına bakılır. *Öncüllerle, değillmesi alınan sonuç önermelerini bir arada tutalı gösteren ortak doğrulayıcı bir yorum varsa, yani (D)lerden oluşan bir satır varsa çıkarım geçersizdir; böyle bir satır yoksa çıkarım geçerlidir.*

Örnek: $(p \Rightarrow q), p \therefore q$ çıkarımının geçerliliğini bu yolla denetleyelim:

p	q	1.Öncül	2.Öncül	Değillenmiş Sonuç
		$p \Rightarrow q$	p	$\sim q$
D	D	D	D	Y
D	Y	Y	D	D
Y	D	D	Y	Y
Y	Y	D	Y	D

Çıkarım geçerlidir.

➤ Aşağıda verilen çıkarımların geçerli olup olmadıklarını denetleyin.

a-) $(p \wedge q) \Rightarrow \sim r, p \wedge q \therefore \sim r$

b-) $p \wedge q, p \vee q \therefore p$

c-) $\sim p \vee q, p \Leftrightarrow q \therefore p \wedge q$

ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE VE ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE İLE DENETLEME

Doğruluk tablosuyla önerme veya çıkarımların geçerlilik, önermelerin tutarlılık veya eşdeğerliğini denetlemek çoğu zaman pratik olmayabilir. İç yapısı göz önünde tutulmayan önerme sayısı ve bileşik önermeler arttıkça tablodaki satır ve sütun sayıları artacağından denetleme zorlaşır, karışıklığa yol açabilir.

Oysa çözümleyici çizelge (veya diğer adıyla ağaç yöntemi) ile çok sayıda önermeleri kolaylıkla, daha kısa, güvenilir ve kesin biçimde denetlemek mümkündür. Bu yolla denetleme yüklem mantığına da uygulanabilir.

Çözümleyici çizelge : Verilen bir ya da birden fazla önermenin doğrulayıcı yorumlaması olup olmadığını ortaya koymak için , önermelerin adım adım bileşenlerine ayrılmasını - çözümlenmesini - gösteren çizelgedir.

Çözümleyici Çizelgenin Uygulanışı:

- 1) Denetlenecek önermelerin TUTARLI olduğu öncelikle kabul edilir. Bunu sağlayacak doğruluk değerleri ilkelerine göre çözümlene yapılır.
- 2) Denetlenmek üzere verilen önermelere BAŞLANGIÇ ÖNERMELERİ denir. Bunlar alt alta yazılır.

3) Çözümleme kurallarına göre, çözümlenmenin kaçınıcı adımında -sırada-yapıldığı çözümlenen önermenin önüne yazılan ADIM NUMARASI ile belirtilir. Çözümleme sırasında, çözümlenen önermelerin nereden çözümlenerek geldiğini/ kaynağını gösteren KAYNAK NUMARASI yazılır.

4) Başlangıç önermeleriyle başlayan, çözümlenerek alt alta yazılan önerme dizilerine YOL denir.

5) Bu yolların herhangi birinde (yukarıya doğru) birbirinin DEĞİLLEMESİ olan önerme çifti arasında (p, $\sim p$ gibi) ÇELİŞME vardır. *Çelişik önermeler aynı yorumda doğru olamayacağından; tutarsızdırlar.* Aralarında çelişme bulunan, tutarsız olan bu önermelerin oluşturduğu yola KAPALI yol denir. Kapalı yol doğru /tutarlı yorumlamaya kapalıdır. Kapalı yolun sonu (X) ile kapatılır. Bu yolda artık çözümleme yapılamaz, aynı yolda artık işlem devam etmez.

Çelişmesiz önermelerden oluşan yola AÇIK YOL denir. Açık yol doğrulayıcı -tutarlı - yorumlamaya açık demektir.

6) TEMEL ÇÖZÜMLEME kuralları, TÜMEL EVETLEME ve TİKEL EVETLEME önermelerinin çözümlenmiş kurallarına göredir. (p, $\sim p$) gibi çözümlenemeyen önermeler dışındaki bütün bileşik önermeler ya TÜMEL ya da TİKEL EVETLEME'nin çözümleme ilkelerine göre çözümlenir.

7) TÜMEL EVETLEMENİN çözümleme biçimi ALT ALATA YAZMA; TİKEL EVETLEMENİN ise ÇATAL AÇMA (dallara ayırma) biçimindedir. Tümel evetleme ve tikel evetleme önermeleri dışında kalan çözümlenebilir bütün önermeler eşdeğerliklerden yararlanarak geliştirilmiş TÜRETİLMİŞ ÇÖZÜMLEME KURALLARI'na göre çözümlenir.

8) Önerme Eklemleri ve Yüklem mantığında yapılacak bütün çözümlene işlemleri şu sırayı izlemelidir:

- (1) Niceleyici değillmesi
- (2) Alt alta çözümleme
- (3) Tikel özelleme
- (4) Çatal açarak çözümleme
- (5) Tümel özelleme

* Genel olarak; ALT ALTA yazarak çözümlenmenin ÖNCELİK SIRASI vardır; öncelikle alt alta yazma kuralı uygulanmalıdır.

** ANA EKLEMİ olan kalıplarda önce *ana ekleme*, sonra diğer eklemlere göre çözümleme yapılır.

ÖZETLE:

Çözümleyici çizelgeyle yapılan denetleme sonunda;

- 1- açık yol bulunan önermeler TUTARLıdır.
- 2- bütün yolları kapalı olan önermeler TUTARSIZDIR.
- 3- değillemesi tutarsız olan ($\sim\text{Ö}$) önerme GEÇERLıdir. Bir önermenin çizelgeyle geçerlilik denetlemesi yapılırken: verilen önerme değillenir gerekli işlemler sırasıyla yapılır çözümleme sonunda bütün yollar kapalı ise önerme GEÇERLıDİR. Başka bir ifadeyle değillemesi tutarlı olmayan, yani çözümleme sonunda açık yolu bulunan önerme geçersizdir.

4- İki önermenin EŞDEĞERLİĞİNİ denetlemek için karşılıklı koşullusunun değillemesinden yararlanır. Denetleme sonunda bütün yollar kapalı ise, yani karşılıklı koşullusunun değili geçerli ise verilen iki önerme EŞDEĞERDİR.

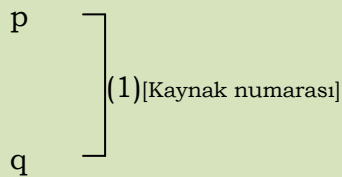
5- Sonucu değillenen ÇIKARIMIN denetleme sonunda TUTARSIZ olması gerekir. Öncüller alt alta yazılır, sonuç değillenir ($\sim S_n$), çözümleme kuralları uygulanır. Çözümleme sonunda bütün yollar kapalı ise çıkarım GEÇERLıDİR.

TEMEL ÇÖZÜMLEME KURALLARI

TÜMEL EVETLEME:

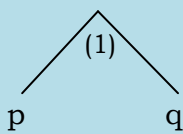
Alt Alta Yazma (Anahtar Açma)

[Adım Numarası] 1. $p \wedge q$



TİKEL EVETLEME: Çatal Açma

1. $p \vee q$



TÜRETİLMİŞ ÇÖZÜMLEME KURALLARI (De Morgan Eşdeğerliklerinden Türetilmiş)

TÜMEL EVETLEME DEĞİLLEMESİ

$$\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

TİKEL EVETLEME DEĞİLLEMESİ

$$\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

KOŞULLU

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

KOŞULLU DEĞİLLEMESİ

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

KARŞILIKLI KOŞULLU

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$$

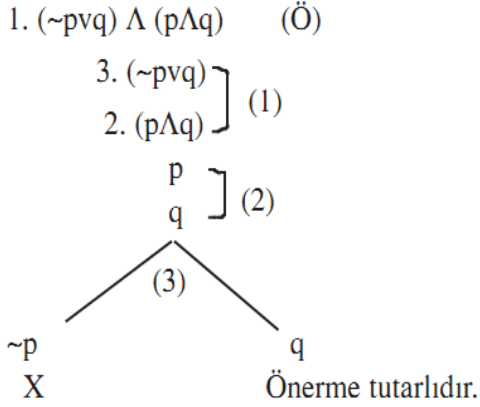
KARŞILIKLI KOŞULLU DEĞİLLEMESİ

$$\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$$

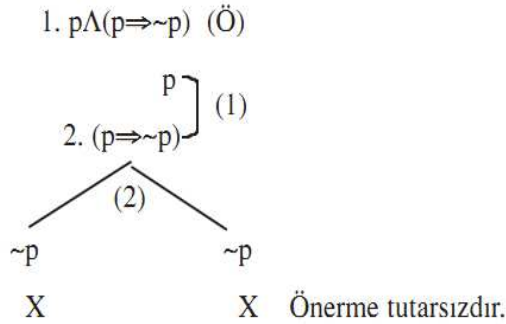
ÇÖZÜMLEYİCİ ÇİZELGE İLE DENETLEME UYGULAMALARI

❖ TUTARLILIK DENETLEMESİ:

- I. 1-) $(\sim p \vee q) \wedge (p \wedge q)$ önermesinin tutarlılığını denetleyelim:

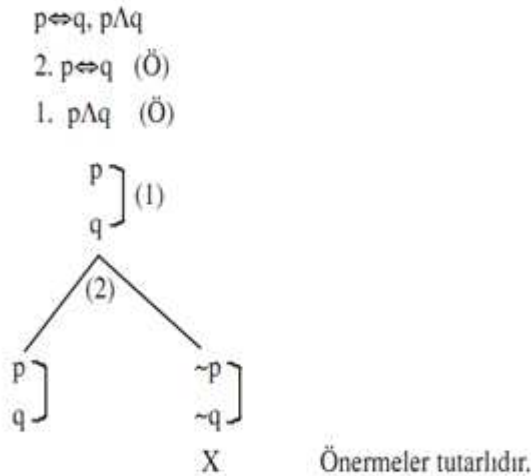


- 2-) $p \wedge (p \Rightarrow \sim p)$ önermesinin tutarlılığını denetleyelim:



II. Birden Fazla Önermenin Tutarlılık Denetlemesi:

- 1-) $p \Leftrightarrow q, p \wedge q$, önermelerinin tutarlılığını denetleyelim:



❖ ÖNERMELERİN GEÇERLİLİK DENETLEMESİ:

- 1-) $(\sim p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)$ önermesinin geçerliliğini denetleyelim:

$$(\sim p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge \sim q) \quad (\text{Ö})$$

1. $\sim [(\sim p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)]$ (\sim Ö)

$$\left. \begin{array}{l} 2. (\sim p \wedge q) \\ 3. \sim (p \wedge \sim q) \end{array} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sim p \\ q \end{array} \right\} (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sim p \\ q \end{array} \right\} (3)$$

Önerme geçersizdir.

Bir önermenin geçerliği denetlenirken, önermenin değilini alınır ve değillenmiş hâli çözümlenir. Çözümleme sonunda tüm yollar kapalıysa önerme geçerli demektir. Çünkü, tüm yollar kapalıysa önermenin değillenmiş hâli yanlış, kendisi ise doğru demektir. En az bir açık yol varsa önerme geçersizdir. Görüldüğü gibi bütün yollar açık olduğundan önerme geçersizdir.

- 2-) $(p \Rightarrow q) \vee p$ önermesinin geçerli olup olmadığını denetleyelim:

$$1. \sim [(p \Rightarrow q) \vee p] \quad (\sim \text{Ö})$$

$$\left. \begin{array}{l} 2. \sim (p \Rightarrow q) \\ \sim p \end{array} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} p \\ \sim q \end{array} \right\} (2)$$

X

- Denetlenen önerme; değillemesi tutarsız (bütün yollar kapalı) olduğundan, **geçerlidir**.
- ÇÖZÜM: Bir önermenin geçerliği denetlenirken, önermenin değilini alınır ve değillenmiş hâli çözümlenir. Önermenin değillenmiş hâli çözümlendiğinde tüm yollar kapalıysa önerme geçerli demektir. Çünkü, tüm yollar kapalıysa önermenin değillenmiş hâli yanlış, kendisi ise doğru demektir. En az bir açık yol varsa önerme geçersizdir.

◆ SORU: (ÖSS-2 /2007)

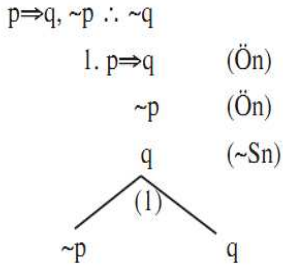
- I. Tutarlı önerme aynı zamanda geçerli önermedir.
- II. Geçerli önerme aynı zamanda tutarlı önermedir.
- III. Geçersiz önerme aynı zamanda tutarsız önermedir.
- IV. Tutarsız önerme aynı zamanda geçersiz önermedir.

Yukarıdaki ifadelerden hangileri doğrudur?

- A) I ve II
- B) I ve III
- C) I ve IV
- D) II ve III
- E) II ve IV

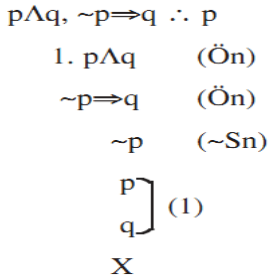
❖ ÇIKARIMLARIN GEÇERLİLİK DENETLEMESİ:

1-) $p \Rightarrow q, \sim p \therefore \sim q$ çıkarımının geçerliliğini denetleyelim:



Çıkarım geçersizdir.

2-) $p \wedge q, \sim p \Rightarrow q \therefore p$ çıkarımının geçerliliğini denetleyelim:



Çıkarım geçerlidir.

ÇÖZÜM: Öncülleri ve sonucun değilini alt alta yazdık; öncülleri (Ön), sonuç önermesinin değilini ise ($\sim S_n$) ile gösterdik. Çözümleme kurallarına göre 1. adımda öncelik sırası nedeniyle birinci öncülü çözümledik. Aynı yolda birbiriyle çelişen önermeler ($\sim p, p$) bulunduğu için tutarlı yorumlamaya kapalı olan bu yolu kapattık; başka bir işleme gerek kalmadan çözümlemeyi tamamladık. Buna göre var olan tek yol kapalı olduğundan çıkarım geçerli demektir.

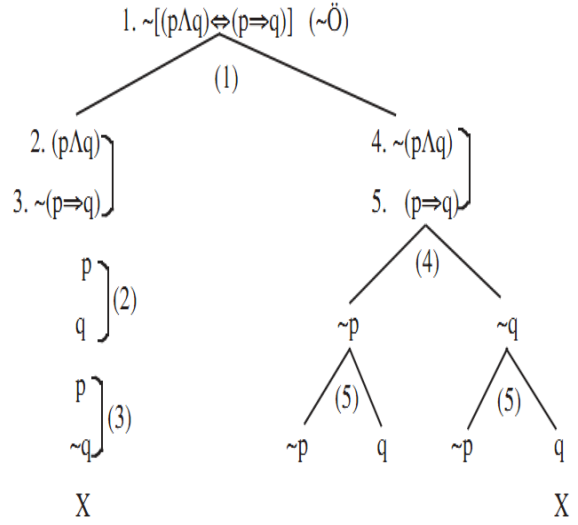
◆ SORU: (LYS-4 /2010)

Bir sembolik çıkarım aşağıdaki yorumların hangisini aldığına geçersizdir?

- A) Öncüllerin tümü doğru, aynı zamanda sonuç doğru.
- B) Öncüllerin tümü doğru, aynı zamanda sonuç yanlış.
- C) Öncüllerin bazıları doğru, aynı zamanda sonuç yanlış.
- D) Öncüllerin bazıları doğru, aynı zamanda sonuç doğru.
- E) Öncüllerin bazıları yanlış, aynı zamanda sonuç doğru.

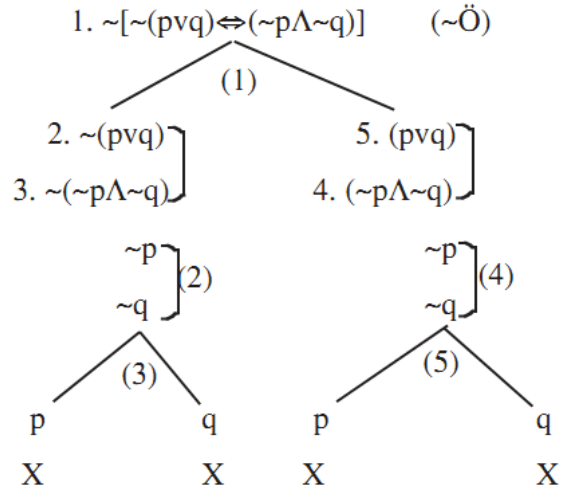
❖ ÖNERMELERİN EŞDEĞERLİK DENETLEMESİ:

1-) $p \wedge q, p \Rightarrow q$ önermelerinin eşdeğerliğini/denkliğini denetleyelim:



Denetlenen iki önerme eşdeğer değildir.

2-) $\sim(p \vee q), (\sim p \wedge \sim q)$ önermelerinin eşdeğer olup olmadığını denetleyelim:



Önermeler eşdeğerdir / denktir.

ÇÖZÜM: Verilen iki önerme birbirine karşılıklı koşul eklemiyle (\Leftrightarrow) bağlanır; elde edilen karşılıklı koşul önermesinin değilini alır ve değillenmiş bu önerme çözümleme kurallarına göre çözümlenir. Çözümleme sonunda bütün yollar kapalı olduğundan denetlenen iki önerme denktir / eşdeğerdir.



Devamı >> Yüklemeler /Nicleleme Mantığı