IV. Ünite: SEMBOLİK MANTIK

GİRİŞ:

Sembolik mantık, klasik mantığın sembolleştirilmiş biçimidir. Düşünmenin "kıyas türü çıkarımlarla sınırlandırılamayacağı" anlayışı - eleştirisi, klasik mantık anlayışını sarsmış, yeni mantık arayışlarına yol açmış ve sembolik mantığın ortaya çıkmasını sağlamıştır. Mantığı, matematiksel yöntemle kesin, güvenilir bir disipline dönüştürme amacındadır. Geliştirdiği sembolik sistem ve denetleme yöntemleriyle, içerikten bağımsız bir mantık alanı doğmuştur. Dilin çok anlamlılığından ve belirsizliğinden uzak, doğal dil yerine tek anlamlı ve mantıksal hesaplara elverişli, yapay bir göstergeler, simgeler dili koymuştur. Önermeleri ve çıkarımları içeriklerini dikkate almadan belirli simgelerle, işaretlerle sembolleştirir ve işlemler yapar. Günlük dilde verilen önermeler çok uzun olabildiği için işlem yapmayı zorlaştırmaktadır. Sembolleştirilmiş önermelerde bu durum ortadan kalkmakta ve çıkarımların geçerliliğini denetleyebilmek kolaylaşmaktadır.

Sembolik mantık, klâsik mantığın genişletilip geliştirilmesi sonucunda ortaya çıkmıştır. Klasik mantıkta sadece belli türden çıkarımlar (kıyaslar) incelenirken, sembolik mantıkta her türlü çıkarım konu edinilmektedir. Diğer taraftan sembolik mantık geniş bir uygulama alnına da sahip olmuştur: elektrik - elektronik devreleri, bilgisayar programları, modern matematiksel ispat yöntemleri, yeni bilimsel yöntem uygulamaları ...

SEMBOLİK MANTIK SİSTEMLERİ

Doğruluk değerleri bakımından sembolik mantık: a-) İki değerli mantık, b-) Çok değerli mantık

Önerme ve çıkarımların yapısının dikkate alınması bakımından da: a-) Önermeler mantığı, b-)Yüklemler- niceleme mantığı bölümlerine ayrılabilir. Ayrıca sembolik mantığın kiplik mantığı, özdeşlik mantığı, varlık mantığı gibi bölümleri, özel mantık alanları da vardır.

ÖNERMELER MANTIĞI

Önermelerin iç yapısını dikkate almayan, önermeleri yalnızca yüklemleri ve doğruluk değerleri bakımından ele alan mantıktır. Yalnızca *doğru* (**D**) ve *yanlış* (**Y**) *değerler*ini ölçüt alan mantık sistemine **iki değer(lik)li mantık** denir. Önermeler mantığı, önerme eklemleriyle oluşan önermeleri ve çıkarımları nitelikleri bakımından ele alır. Önermelerin iç yapısını ve niceliğini hesaba katmaz ve göstermez.

ÖNERME SEMBOLLERİ	p, q, r, s, t ...	
EKLEM SEMBOLLERİ	$\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$	
DEĞİLLEME EKLEMİ	$\sim$	" değil, ...mez/...maz, yok "
TÜMEL EVETLEME EKLEMİ	$\wedge$	" ve, ile, hem ... hem de, (,) "
TİKEL EVETLEME EKLEMİ	$\vee$	" veya, yahut, yahut ta, ya da "
KOŞUL EKLEMİ	$\Rightarrow$	" ise, ...se/ ...sa, ...takdirde "
KARŞILIKLI KOŞUL EKLEMİ	$\Leftrightarrow$	" ancak ve ancak, yalnız ve yalnız, ... tek koşulu"
ÇIKARIM SEMBOLÜ	$\therefore$	" O halde, demek ki, buna göre, dolayısıyla "

TEMEL KAVRAMLAR

Önerme, doğru veya yanlış kesin bir yargı bildiren söz ya da sembol dizisidir. Aşağıdaki örnekleri inceleyin:

İstanbul Marmara Bölgesi'ndedir.	p	√
Ay Dünya'nın uydusu değildir.	~p	√
H_2+ O	Önerme değil	X
H_2 + O → H_2 O	$(p \wedge q) \Rightarrow r$	√
3 x 4 = ?	Önerme değil	X
3 x 4= 12	p	√
3 >4	q	√
$3 \neq 5$	~p	√
Yağmur yağarsa yerler ıslanır.	$p \Rightarrow q$	√

Eklem; önermelere eklenerek veya önermeleri birleştirerek yeni bir (bileşik) önerme oluşturan, bağlaç niteliğindeki mantık değişmezleridir.

Tek bir yargı belirten, herhangi bir önerme eklemiyle kurulmayan, bir bileşeni olmayan önermeye **basit (çekirdek, atom) önerme** denir. (p, q, r...) Bir konu ve yüklemden oluşur.

Bileşik önerme; en az bir bileşeni olan, bir önerme eklemiyle kurulan önermedir. Önermeler mantığında beş temel eklem aracılığıyla kurulurlar. Bir bileşik önermeyi oluşturan, eklemlerle bağlanan basit önermelere **bileşen** denir. Mesela: (p v q) önermesi v önerme eklemiyle kurulmuş, p, q bileşenlerinden oluşan bir bileşik önermedir.

Ana eklem; bir bileşik önermede, önermenin tümünü etkileyen, belirleyen, ana yöneten eklemdir.

Ana bileşen; bir bileşik önermede ana eklemin bağladığı, etkilediği bileşenlere denir.

❖ **Örnekler:**

1.) (p ∨q) bileşik önermesinde (∨) ana eklem, (p), (q) da ana bileşenlerdir.

2.) ~p bileşik önermesinde ise (~) ana eklem, (p) de ana bileşendir.

Aşağıdaki diğer örnekleri dikkatle inceleyiniz:

3.) $\underbrace{\sim}_{\text{Ana Eklem}}\underbrace{(p \wedge q)}_{\text{Ana Bileşen}}$

4.) $\underbrace{\sim}_{\text{Ana Eklem}}\underbrace{[(p \wedge q) \Rightarrow (\sim q \vee r)]}_{\text{Ana Bileşen}}$

5.) $\underbrace{\sim [(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)]}_{\text{Ön Bileşen}} \underbrace{\Leftrightarrow}_{\text{Ana Eklem}} \underbrace{\sim q}_{\text{Art Bileşen}}$

NOT: Koşul ve karşılıklı koşul önermelerinde eklemden öce gelen bileşene **ÖN BİLEŞEN**, sonra gelene de **ART BİLEŞEN** denir.

❖ Aşağıdaki önermelerin ana bileşen ve ana eklemlerini çözümleyin / belirtin:

6.) $(p \vee q) \vee [(q \wedge r) \Rightarrow (p \vee r)]$

7.) $\sim [(p \vee q) \Leftrightarrow (q \wedge r)] \Rightarrow (\sim p \vee q \vee r)$

8.) $p \wedge q \wedge \sim r \wedge s$

9.) $\sim p \Rightarrow (p \vee q)$

10.) $(p \wedge q \wedge r) \wedge (r \vee q \vee p)$

ÖNERMELERİN / ÖNERME EKLEMLERİNİN DOĞRULUK DEĞERİ KURALLARI / İLKELERİ

İki değerlikli mantıkta ***p***, ***q*** gibi basit önermelerin (**D**) ve (**Y**) olmak üzere iki değeri vardır.

Bileşik önermelerin doğruluk değeri ise, önerme eklemine ve bileşenlerinin aldığı doğruluk değerine bağlıdır.

➢ ***Değilleme Önermesi*** (~): Bir önermenin değillemesi kendi doğruluk değerinin aksine sahip olur. Kendisi (D) olan basit bir önermenin değili (Y), (Y) olan önermenin değillemesi de (D) olur. Bir önermenin değilinin değillemesi (çift değilleme) kendi doğruluk değeriyle özdeştir / aynıdır.
Örn.: - Dünya gezegendir. Dünya gezegen değildir.
- Üçgen dört kenarlıdır. Üçgen dört kenarlı değildir.

p	~p	~~p
D	Y	D
Y	D	Y

➢ ***Tümel Evetleme*** (∧): Bileşenlerinin tümü (D) olması halinde (D), en az bir bileşeni (Y) olması halinde ise (Y) değerini alır.
Örn.: - Üç ve beş tek sayıdır. Üç ve dört tek sayıdır.

p	q	p ∧ q
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

➢ ***Tikel Evetleme*** (∨): Bileşenlerinden en az birinin (D) olması halinde (D), bileşenlerinin hiç birinin (D) olmaması halinde ise (Y) olur. Doğru değerini alan bir bileşeni olmayan tikel evetleme (Y) olur.
Örn.: - Bir veya iki sayısı çifttir. Bir ya da, üç çift sayıdır.

p	q	p ∨q
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

- **Koşul Önermesi / Koşullu (⇒):** Ön bileşeni (D) art bileşeni (Y) olması durumunda (Y), diğer durumlarda ise (D) değerini alır. (D ⇒ Y ≡ Y)
Örn.: - Bir tek sayı ise, iki de tek sayıdır. Bir çift sayı ise, üç de çift sayıdır. Üç tek sayı ise beş de tek sayıdır.

p	q	p ⇒ q
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

- **Karşılıklı Koşul Önermesi / Çift Gerektirme (⇔):** Her iki bileşeni de aynı doğruluk değerine sahip olması halinde ancak ve ancak (D) değerini alırken; farklı değerleri alması durumunda (Y) olur.
Örn.: -YGS'de başarılı olabilirsem ancak ve ancak yüksek öğretime geçebilirim. - Lisans öğrenimi için LYS'de başarılı olmak gerekli ve yeterlidir.

p	q	p ⇔ q
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

❖ Aşağıdaki ***doğruluk değerleri tablosunu*** hafızanıza yerleştirin:

Önermelerin Doğruluk Değerleri: Ortak Tablo

p	q	~p	~q	p Λ q	pVq	p⇒q	p⇔q
D	D	**Y**	Y	**D**	D	D	**D**
D	Y	Y	D	Y	D	**Y**	Y
Y	D	**D**	Y	Y	D	D	Y
Y	Y	D	D	Y	**Y**	D	**D**

DOĞROLUK TABLOSU / DOĞRULUK ÇİZELGESİ

Sembolik mantığın temel amacı önermelerin *tutarlılığını, eşdeğerliğini ve geçerliliğini*; çıkarımların da *geçerliliğini* **denetlemek**tir. Bu amacı gerçekleştirmek için ***doğruluk*** değerleri ***tablosu*** veya ***doğruluk çizelgesi*** ve ***çözümleyici çizelge*** yöntemleri geliştirilmiştir.

Bir bileşik önermenin, bileşenlerinin her birinin alabileceği doğruluk değerlerine karşılık alacağı doğruluk değerlerini satır satır gösteren tabloya/çizelgeye **doğruluk tablosu / doğruluk çizelgesi** denir.
Bu çizelgede/tablodaki sütunlarda bileşik önermenin çözümlenmiş bileşenleri; satırlarda da alabilecekleri yorumlama değerleri (D / Y) yer alır. Sütun sayısı basit önerme sayınca belirlenir. Satır sayısı ise, doğruluk değeri sayısının bileşik önermedeki basit önerme sayısı kadar kuvvetini veren sayı olarak belirlenir: (2^n). [(2= D ve Y); (n=basit önerme/bileşen sayısı)]
Mesela: iki basit bileşenli önermede 2^2 = 4 satır; üç basit bileşenli önermede ise 2^3 = 8 satır bulunur.

Tabloda/Çizelgede bileşenlerin alabilecekleri doğruluk değerleri ihtimallerinin karıştırılmaması için, ilk sütunundaki bileşene satır sayısının yarısı kadar (D), yarısı kadar da (Y); son basit bileşene bir (D) bir (Y) değeri verilene kadar (D) ve (Y)lar yarıya indirilerek satırlara yazılır.

❖ Aşağıda verilen önermelerin doğruluk çizelgelerini / tablolarını dikkatlice inceleyiniz. Boş bırakılan yerleri doldurunuz.

1-) (p V q) Λ (q V p)

p	q	q V p	(pVq) Λ (qVp)
D	D		D
D	Y		
Y	D	D	D
Y	Y		

2-) ~p V q , p V ~r , p ⇒ q

p	q	r	~p	~r	~p V q	p V ~r	p ⇒ q
D	D	D	Y	Y	D	D	D
D	D	Y	Y	D	D	Y	
D			Y	Y			
D	Y	Y		D	Y	D	Y
Y		D			D	Y	
Y	D	Y	D		D		D
Y	Y		D	D			
Y	Y					D	D